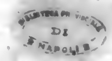
SCHRAMM

DIE ANZIEHUNGSKRAFT

BETRACHTET ALS EINE

WIRKUNG DER BEWEGUNG





Die Anziehungskraft betrachtet als eine Wirkung der Bewegung.

Vom Director Heinrich Schramm.

(Separatabdruck aus dem VIII. Jahresberichte der n. ö. Landes-Oberrealschule zu Wr.-Neustadt pro 1873.)

In neuester Zeit macht sich in unverkennbarer Weise wieder das Streben bemerkbar, die wissenschaftliche Grundlage unserer Naturerkenntnis zu prüfen, um wo möglich die Postulate der Philosophie mit den Hypothesen der beobachtenden und erklärenden Naturlehre in Einklang zu bringen. Während die Philosophie bestrebt ist, aus möglichst wenigen Grundbegriffen ein Natursystem aufzubauen, sieht sich der Naturforscher genöthiget, bei der Erklärung von Naturerscheinungen zu einer weit grösseren Zahl von Annahmen Zuflucht zu nehmen, zu Annahmen, die theilweise mit den Grundsätzen der reinen Denklehre im Widerspruche stehen.

Dieses eigenthümliche Verhältnis bildete oft schon den Gegenstand eingehender Besprechungen, und in jüngster Zeit sahen wir einen hervorragenden Physiker — Du Bois-Reymond — bei Gelegenheit der im August v. J. abgehaltenen Naturforscher-Versammlung neuerdings auf das Widersinnige aufmerksam machen, das in der Annahme von Kräften liegt, die durch den leeren Raum in die Ferne wirken sollen. [1]) Ich habe vor nicht langer Zeit einen Versuch veröffentlichet, auf welche Art die Erklärung sämmtlicher Naturerscheinungen auf eine einzige Grundursache zurückgeführt werden könnte. [2]) So mangelhaft dieser erste Versuch noch sein mag, so hat er doch gezeigt, dass man sich auch ohne Annahme fernwirkender Anziehungs- und Abstossungskräfte ein System der Naturlehre denken könne. Es lässt sich aber auch, wie ich hier zeigen will, nachweisen, dass man durch das Aufgeben des Begriffes der sogenannten „Centralkräfte“ so manchen Widerspruch beseitigen kann, welcher der physikalischen Atomenlehre in ihrer gegenwärtigen Form noch anhaftet; indem die einfachen von der Philosophie anerkannten Grundbegriffe, bei consequenter Schlussfolgerung, auch die Anziehung und Abstossung als Wirkungen derselben Ursache erkennen lassen, welche durch unmittelbare Berührung (durch den Stoss) eine geradlinige, gleichförmige Bewegung erzeugt.

---

[1]) „Ueber die Grenzen des Naturerkennens“; ein Vortrag gehalten zu Leipzig am 14. August 1872. Von Du Bois-Reymond; Seite 10.

[2]) „Die allgem. Bewegung der Materie als Grundursache aller Naturerscheinungen“, von H. Schramm. Wien, 1872. W. Braumüller.

I. Grundbegriffe. Jede Erscheinung oder Naturveränderung setzt das Vorhandensein dreier Bedingungen voraus: Es muss ein Raum da sein, in welchem etwas stattfindet, ein Substrat, (Materie) an welchem etwas verändert werden kann, und endlich eine Ursache, welche eine Veränderung hervorbringt. Diese einfachsten, und von einander wesentlich verschiedenen Begriffe sind es auch, von welchen fast alle philosophischen Systeme der Naturerklärung ihren Ausgang nehmen; nur über die Frage worin das Wesen dieser Grundbegriffe bestehe, und welche Eigenschaften man ihnen beilegen müsse, herrschte von jeher eine ziemlich grosse Meinungsverschiedenheit. Wir wollen hier die folgenden Voraussetzungen den weiteren Schlüssen zu Grunde legen:

Der Raum ist der Repräsentant des Stetigen in der Natur; die Theile desselben müssen wir uns daher unmittelbar aneinander liegend, also unbeweglich, denken, wie überhaupt die Theilung des Raumes nur eine gedachte sein kann. Wir müssen auch annehmen, dass der Raum vollkommen durchdringlich (leer) sei, indem sonst eine unbehinderte Bewegung in ihm nicht stattfinden könnte

Die Materie ist der Repräsentant einer discreten Grösse; denn die materiellen Körper sind von einander räumlich gesondert, und können, wie die Erfahrung lehrt, noch weiterhin in Theile zerlegt werden. Wird diese Zerlegung so lange fortgesetzt, bis man auf Gebilde stösst, die nicht mehr aus räumlich gesonderten Bestandtheilen bestehen, so erhält man die natürlichen Einheitstheile der Materie, oder „Atome". Aus dieser Definition folgt von selbst, dass man sich die Atome nicht nur starr und unveränderlich, sondern auch undurchdringlich für andere Theile der Materie denken müsse.

Es wird hier oft der Einwurf gemacht, dass ein Atom, als etwas räumlich ausgedehntes noch weiterhin theilbar gedacht, und somit noch nicht als das einfachste Gebilde betrachtet werden könne. Der scheinbare Widerspruch liegt hier aber nicht in der denkbaren Theilbarkeit der Atome, indem die gedachte Theilung einer continuirlichen Raumgrösse von der Zerlegung in abgeschlossene, bereits räumlich gesonderte Bestandtheile wesentlich verschieden ist. Man ist nur zu der Forderung berechtiget, es könne für die räumliche Ausdehnung der Atome keine absolute Grenze geben, sondern es müsse gestattet sein sich dieselben auch 10, 100, ... n mal kleiner oder grösser zu denken, und dieser Forderung wird auf folgende Art entsprochen:

Es liegt wohl in der Natur der Sache, dass man im unendlichen Raume keine bestimmte Raumausdehnung bezeichnen kann, welche als die absolute Grösse eines Atomes hingestellt werden könnte. Für uns ist auch a priori jede Combination verschiedener Grössenabstufungen gleich gut denkbar, daher die Zahl der verschiedenen möglichen Fälle unendlich gross. Wenn also Jemand die Hypothese aufstellen wollte, dass es nur eine dieser Combinationen, also z. B. nur gleiche Atome im Raume gebe, so hätte diese Hypothese die Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{\infty} = 0$, und wäre somit als unstatthaft zu verwerfen.

Dagegen nähert sich die Wahrscheinlichkeit der Annahme: dass im Raume alle möglichen Grössenabstufungen der Atome, und in allen möglichen Zusammenstellungen vorhanden sind, ohne Ende dem Verhältnisse 1 : 1, als dem Zeichen der Gewissheit. Mit dieser allgemeinsten Annahme, die wir den folgenden

Schlüssen zu Grunde legen wollen, wird der früher genannte Einwurf beseitiget. In einem solchen Systeme starrer Atome ist nur eine Veränderung in der gegenseitigen Lage, also eine Veränderung durch Bewegung möglich, und es ist vor allem die Frage zu entscheiden, ob die Ursache dieser Bewegung ihren Sitz in dem sich Bewegenden selbst habe, oder ob dieselbe, als Centralkraft, (von einem anderen Theile der Materie aus) durch den leeren Raum in die Ferne wirkt.

Fast alle neueren naturphilosophischen Systeme neigen sich zu der letzteren Annahme hin; obwuhl die Nothwendigkeit, der Materie eine Fernwirkung zuzuschreiben, weder aus dem oben entwickelten Begriffe einer discreten Raumgrösse folgt, noch mit der Annahme eines leeren Raumes verträglich ist. [3])

Der Begriff einer Anziehungskraft sollte hauptsächlich zur leichteren Erklärung gewisser, in der Natur beobachteten Vorgänge dienen. Der Physiker aber reicht mit einer einzigen Centralkraft nicht aus, um alle Erscheinungen erklären zu können; ja nicht genug daran dass er vier bis sechs solche Kräfte benöthiget, muss er neben diesen auch noch das Beharrungsvermögen gelten lassen, also zugeben, dass die Bewegung auch nach der Beseitigung des Centralkörpers im Beweglichen verbleibt. [4]) — Mit der Bewegung verharrt in dem Beweglichen aber auch die Ursache derselben; denn der sich bewegende Körper kann durch Zusammenstoss einen ruhenden Körper in Bewegung versetzen, also durch Berührung Bewegung erzeugen.

Diese, durch unmittolbare Berührung wirkende Ursache ist aber mit jener Ursache die wir „Anziehungskraft“ nennen identisch; denn wir sehen, wie die Anziehungskraft der Erde in dem fallenden Körper einen Zustand erzeugt, welcher durch Berührung auf jeden anderen Körper übergehen kann. Wir sehen wie die lobendige Kraft eines aufwärts geworfenen Körpers durch die Schwerkraft allmählig vernichtet wird, und wir stehen auch gar nicht an, die einem Körper durch den Stoss verliehene lebendige Kraft mit der Schwerkraft zu einer Resultirenden zu vereinigen, und daraus Richtung und Geschwindigkeit des angezogenen Körpers zu bestimmen. Dadurch aber, dass wir diese Kräfte addiren und subtrahiren, geben wir stillschweigend zu dass sie gleichartig sind.

Nun ist durch Beobachtung unzweifelhaft festgestellt, dass ein Körper seine lebendige Kraft einem anderen Körper durch den Stoss übertragen kann; hier ist auch eine Täuschung nicht möglich. Bei der Bewegung eines zur Erde fallenden Körpers aber sind zwei Fälle denkbar: derselbe kann von der Erde gezogen, er kann aber

[3]) Die Möglichkeit einer Wirkung in die Ferne hatte schon Peter Gassendi (1592—1655) in Abrede gestellt. (S. Encyclopädie d. Phys. v. G. Karsten und F. Harms. I. Band. S. 228). — In neuester Zeit finden wir das Widersinnige, welches in der Annahme fernwirkender Anziehungskräfte liegt, auch von Du Bois-Reymond hervorgehoben: „Durch den leeren Raum in die Ferne wirkende Kräfte sind an sich unbegreiflich ja widersinnig, und erst seit Newton's Zeit, durch Missverstehen seiner Lehre und gegen seine ausdrückliche Warnung, den Naturforschern eine geläufige Vorstellung geworden". „Ueber die Grenzen des Naturerkennens Seite 10". — Endlich wäre hier noch Aurel Anderssohn's zu erwähnen, der vor Kurzem durch Versuche darzulegen suchte, dass man statt des Begriffes einer Anziehung auch jenen des Druckes setzen könne. (Jahresber. d Breslauer Hydrauliker-Vereines, 1870—72.)

[4]) Wenn also Wundt, („Die physikal. Axiome") um die Existenz der Centralkräfte zu beweisen, von zwei sich bewegenden Punkten schliesst: „Denke ich mir nun den zweiten Punkt weg, so hört die Bewegung auf," — so gilt dieser Schluss nur für die scheinbare oder relative Bewegung, und steht auch mit der Annahme eines Beharrungsvermögens im Widerspruche.

auch von anderen, für uns unsichtbaren, materiellen Theilchen zur Erde gedrückt, oder gestossen werden. Soll nun die lebendige Kraft mit der Schwere gleichartig sein, so müssen wir die letztere Erklärungsart als die richtigere ansehen.

Wenn wir endlich bedenken, dass sich die Bewegung, welche durch die Schwerkraft entsteht, von jener Bewegung welche der Magnetismus, die Elektricität und andere Anziehungskräfte hervorbringen durch gar nichts unterscheidet, so müssen wir wohl zu dem Schlusse gelangen, dass es in der Natur nur eine Bewegungs-Ursache (oder Kraft) geben könne, welche ihren Sitz in dem sich Bewegenden selbst hat, und durch unmittelbare Berührung wirkt. — Nennen wir diese Ursache, um einen bekannten Ausdruck zu gebrauchen die „lebendige Kraft" und ihre Wirkung die „Bewegung", so sind Ursache und Wirkung stets in demselben materiellen Theilchen vereint. Nachdem ferner alle in der Natur möglichen Veränderungen nur durch die Bewegung wahrnehmbar werden, so kann es wohl auch gestattet sein, die Bewegung selbst als letzte wahrnehmbare Ursache der Naturerscheinungen zu betrachten.

2. Fortpflanzung der Bewegung zwischen Atomen. Diese wenigen Voraussetzungen reichen hin, um das Gesetz der Bewegungs-Uebertragung von einem Atome auf ein anderes abzuleiten, was auf folgende Art geschehen kann:

Um zunächst die nöthigen Masseinheiten festzustellen, denken wir uns den Raum durch Ebenen in gleiche Theile abgetheilt, und unterscheiden mit Hilfe dieser Eintheilung die Entfernung und Richtung. Die Menge der in einem Raume enthaltenen Materie nennen wir Masse. Nachdem wir voraussetzen, dass es nur eine Gattung der Materie gebe, so können sich die Atome nur durch ihre räumliche Grösse unterscheiden, und es wird ein Atom von n mal so grossem Volumen auch n mal soviel Materie fassen, daher eine n mal so grosse Masse besitzen.

Um die Bewegung messen zu können, müssen wir den Begriff der „Zeit" zu Hilfe nehmen. Im vollkommen leeren Raume muss sich ein Atom in durchaus gleichmässiger Weise fortbewegen; indem der Voraussetzung nach keine Ursache da ist, welche die Bewegung an irgend einem Orte verändern könnte. Denkt man sich den Raum in der Richtung dieser Bewegung in gleiche Strecken von der Länge c getheilt, so kann ein die Bewegung beobachtender Zuschauer zählen, wie viele solche Strecken das Bewegliche durchläuft, und die so erhaltene Zahl t wird Zeit genannt. Bezeichnet s den während dieser Beobachtung zurückgelegten Weg, so ist:

$$t = \frac{s}{c}$$

Wird c als Masseinheit angenommen, so ist damit auch die Zeiteinheit festgestellt, und wir nennen die Strecke c_1, welche ein anderes Atom in derselben Zeiteinheit durchläuft, die Geschwindigkeit desselben.

Um endlich ein Mass für die Grösse der Ursache, respective der lebendigen Kraft zu erhalten, bedenke man, dass die Wirkung dieser Ursache von der Bewegungsrichtung unabhängig sein muss; denn der leer gedachte Raum ist der Bewegung nach keiner Richtung hin hinderlich, und es kann auch nicht nach einzelnen Richtungen einer grösseren Kraft bedürfen um etwas in Bewegung zu versetzen. Die lebendige

Kraft kann somit nur eine Function der Masse m und der Geschwindigkeit c eines Atomes sein, und lässt sich, wie man nachweisen kann, durch das Product messen: [5])

$$l = \frac{1}{2} mc^2$$

Nachdem die lebendige Kraft als etwas vom Raume und von der Materie gänzlich verschiedenes zu betrachten ist, so kann sie auch weder durch den Raum, noch durch die Materie zerstört, vergrössert oder vermindert werden. — Dagegen ist es denkbar, dass sie sich durch Einwirkung auf eine grössere Zahl von Atomen in mehrere Theile theilt; doch muss dann aus dem eben genannten Grunde die Summe dieser Theile stets der ursprünglichen Quantität der lebendigen Kraft gleich bleiben. (Satz von der Erhaltung der lebendigen Kraft.)

Sind in einem Raume zwei Atome von den Massen M und m, welche die Geschwindigkeiten C und c besitzen, so vermag ein Zuschauer nur die relative Bewegung derselben wahrnehmen, indem es ihm erscheint, als wäre ein Atom, z. B. M, ruhend, während sich das andere dem Letzteren mit der relativen Geschwindigkeit

$$\gamma = C - c$$

nähert. Sobald aber dieses Atom das erstere erreicht hat, so muss der Zuschauer seine Ansicht ändern; denn betrachtet er auch dann noch M als ruhend, — was ihm ebenso wie früher gestattet ist. — so muss er nothwendiger Weise annehmen, das Atom m werde nun durch das starre undurchdringliche Atom M an seinem geradlinigen Vorwärtsschreiten gehindert, und weil die passive Materie des Atomes weder eine Bewegung erzeugen noch dieselbe vermindern kann. so muss sich m nach wie vor mit gleicher

[5]) Nachdem dieser Ausdruck bei den folgenden Schlüssen eine wesentliche Rolle spielt, so soll hier der Vollständigkeit wegen bewiesen werden, dass derselbe in der That als das richtige Mass der Grösse der Bewegungsursache zu betrachten ist: Man denke sich, es dringe ein Atom in ein aus beliebig kleinen, gleichen und ruhenden materiellen Theilchen bestehendes Mittel ein, und zwar in der Art, dass jedes dadurch bei Seite geschobene Theilchen dem Atome einen gleichen Antheil an Bewegung entzieht. Das Atom wird sich nun mit gleichförmig verzögerter Geschwindigkeit in dem widerstehenden Mittel so lange fortbewegen, bis ihm seine ganze lebendige Kraft entzogen worden ist. — Die Zahl der verdrängten materiellen Theilchen wird ein Mass für diese lebendige Kraft, somit auch für die Grösse der Bewegungsursache abgeben können, und es werden die Quantitäten l und l_1, der lebendigen Kräfte zweier gleich grossen Atome von verschiedenen Geschwindigkeiten c und c_1; proportional sein der Anzahl der von jedem Atome verdrängten Theilchen, oder — wenn wir uns die Letzteren gleichmässig vertheilt denken, — den bis zum völligen Stillstande durchlaufenen Wegen s und s_1; der Atome; so dass man hat:

$$l : l_1 = s : s_1$$

Wenn man nun mit γ die constante Beschleunigung (hier Verzögerung) bezeichnet, so erhält man, wegen $s = \frac{c^2}{2\gamma}$, für l und l_1; die Proportion:

$$l : l_1 = c^2 : c_1^2;$$

Haben die Atome aber bei gleicher Geschwindigkeit eine verschiedene Grösse, so dass man sich das eine Atom aus n, das andere aus n_1 gleichen Theilen von der Masse μ denken kann; so wird auch $m = n\mu$ die Masse des ersten, $m_1 = n_1 \mu_1$ die Masse des zweiten Atomes bezeichnen. Nachdem diese Atome, der Voraussetzung nach gleiche Geschwindigkeiten besitzen, und alle gedachten Theilchen eines Atomes an der Bewegung in gleichem Masse theilnehmen, so müssen diese Theilchen auch gleiche Antheile an Bewegung enthalten. Die lebendigen Kräfte dieser Atome werden sich daher verhalten wie die Zahlen $n : n_1$ oder wegen $n\mu = m$ und $n_1\mu = m_1$, auch wie die Massen $m : m_1$. — Dieses zusammengefasst leitet zu dem Satze, dass sich die lebendigen Kräfte zweier verschiedener Atome wie die Producte aus ihren Massen in die Quadrate der Geschwindigkeiten verhalten.

relativer Geschwindigkeit γ, im Raume fortbewegen, was nur dann möglich ist, wenn es seine Richtung sofort ändert. — Zu einer solchen Richtungsänderung bedarf es, wie man aus dieser Erklärung sieht, keineswegs der Annahme einer besonderen Kraft, indem die lebendige Kraft des Atomes m, wie früher erklärt wurde, von der Bewegungsrichtung gänzlich unabhängig ist. Diese Aenderung wird lediglich durch die vorausgesetzte Undurchdringlichkeit der Materie, und unzerstörbarkeit der Kraft bedingt, ohne dass dadurch in den Atomen selbst eine Bewegung hervorgerufen, oder die lebendige Kraft derselben auch nur für einen Moment geändert würde. Die betrachteten Atome müssen daher in ihrer Bewegung folgenden Bedingungen genügen:

1. Die Summe der in ihnen enthaltenen lebendigen Kräfte muss vor und nach dem Stosse dieselbe bleiben. Bezeichnet man also die absoluten Geschwindigkeiten der Atome nach dem Zusammenstosse mit C_1 und c_1 so ergibt sich die Bedingungsgleichnung:

$$MC_1^2 + mc_1^2 = MC^2 + mc^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1$$

2. Die relative Bewegung der Atome ändert nach dem Zusammenstosse nur ihre Richtuug. Für den einfachsten Fall, wenn die Atome nach dem Zusammenstosse in derselben Richtungslinie verbleiben, (bei centralem Stoss) erhält man für die relative Geschwindigkeit (γ) die Bedingung:

$$(C_1 - c_1) = -(C - c) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2$$

In diesen zwei Gleichungen liegt auch schon das Bewegungsgesetz. Bestimmt man aus denselben die Geschwindigkeiten C_1 und c_1 nach dem Stosse, so erhält man durch einfache Rechnung:

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \frac{(M-m)\,C + 2\,mc}{M+m} \\ c_1 &= \frac{(m-M)\,c + 2\,MC}{M+m} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (3$$

Diese Ausdrücke zeigen uns, dass sich die Geschwindigkeiten der Atome nach dem Zusammenstosse ändern. Sie sind ferner, wie man wohl sogleich bemerken wird, mit jenen identisch, welche zur Berechnung der Geschwindigkeiten vollkommen elastischer Körper, bei centralem Zusammenstosse dienen, so dass man sagen kann: Die Uebertragung der Bewegung zwischen starren Atomen geschieht nach demselben mathematischen Gesetze, welches für den Stoss vollkommen elastischer Körper gilt.

Dieser Satz wird in der Atomenlehre gewöhnlich als Hypothese vorausgesetzt; er ist aber, wie man sieht, richtiger als die nothwendige Folge der zu Grunde gelegten Anschauung über Raum, Materie und Bewegung zu betrachten, und die hier vorgeführte Ableitung desselben zeigt uns auch, dass es zur Erklärung der Bewegungs-Fortpflanzung zwischen starren, undurchdringlichen Atomen keineswegs der Annahme thätiger Abstossungskräfte bedarf, ja es ist eine Thätigkeit ähnlicher Kräfte im Atome durch die Voraussetzung einer absolut starren Materie geradezu ausgeschlossen. Ich glaube dieses hier aus dem Grunde ausdrücklich hervorheben zu sollen, weil gerade gegen die Voraussetzung einer vollkommenen Elasticität der Atome von mehreren Seiten Bedenken erhoben worden sind. — Es wäre nun allerdings unrichtig, wenn man sich

dio Atome wirklich ausdehnbar und zusammendrückbar vorstellen wellte; man ist eben nur zu der Annahme berechtiget, dass sie die Bewegung **nach demselben Gesetze** wie elastische Körper bei ihren Bewegungen fortpflanzen, was dem soeben erklärten zufolge auch bei absolut starren Atomen ohne Widerspruch denkbar ist.

3. Vertheilung der Materie und Vertheilung der Bewegung. So lange sich die Atome im Ruhezustande befanden, konnte ihre Vertheilung im Raume nur eine ganz zufällige gewesen sein; denn eine Ursache, welche dieselben an bestimmten Orten in besonderer Weise (zu Körpern oder Melecülen) vereinigt hätte, war der Voraussetzung nach nicht da.

Um von einer solchen Vertheilung eine richtige Vorstellung zu erlangen, denke man sich einen Raum in welchem sich n Atome befanden in ebensoviele gleiche Theile getheilt, so dass im Durchschnitte auf jeden Raumtheil ein Atom entfiel. Es muss nun jedem Raumtheile die gleiche Wahrscheinlichkeit zugeschrieben werden je ein Atom in sich aufnehmen zu können, und wenn wir nach jener zufälligen Gruppirung fragen, deren Annahme die **grösste Wahrscheinlichkeit** für sich hat, so erhalten wir mit Hilfe der bekannten Sätze über zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit die Antwort, dass z. B. unter einer Million solcher Raumtheile durchschnittlich enthalten sein mochten:[*])

in	367880	Raumtheilen	je	0	Atome
„	367880	„ „	„	1	„
„	183940	„ „	„	2	„
„	61312	„ „	„	3	„
„	15328	„ „	„	4	„
„	3066	„ „	„	5	„
„	511	„ „	„	6	„
„	73	„ „	„	7	„
„	9	„ „	„	8	„
„	1	„ „	„	9	„

Aus diesen Zahlen geht hervor, dass es schon im Urzustande der Materie dichtere und minder dichte Stellen im Raume gab; doch wären die durch jene Zahlen dargestellten Dichteunterschiede nicht ausreichend gress, nm die wirklich beobachtete Dichtevertheilung in der Natur erklären zu können, se dass schon dieser Umstand auf das Vorhandensein einer diese Vertheilung beeinflussenden Ursache hindeutet.

Lassen wir nun zu einem solchen, aus verschiedenen, und beliebig zerstreuten Atemen bestehenden Systeme eine Ursache hinzutreten, welche zunächst **ein** Atom von der Masse m in Bewegung versetzt, und demselben die Geschwindigkeit c verleiht. Die lebendige Kraft dieses Atomes wird sich bei den unausbleihlichen Zusammenstössen nach und nach auf andere Atome vertheilen, und wenn wir die Masse eines ruhenden Atomes, welchem das sich bewegende central begegnet, mit M bezeichnen, so erhält das Letztere nach dem Zusammenstosse eine lebendige Kraft L, welche mit Hilfe der Gleichung (3 durch den Ausdruck berechnet werden kann:

$$L = \frac{4\,Mm}{(M+m)^2} \cdot \frac{1}{2}\,mc^2$$

*) Man sehe die Ableitung der betreffenden Formel in der früher genannten Druckschrift: „Allgemeine Bewegung d. M." Seite 6.

Es sind hier nun 3 verschiedene Fälle zu unterscheiden:

1. Ist M bedeutend grösser als m; so wird L sehr nahe gleich sein:

$$L_1 = \frac{4\,m}{M} \cdot \frac{1}{2}\,mc^2$$

2. Ist $M = m$, so hat man:

$$L_2 = \frac{1}{2}\,mc^2$$

3. Ist M bedeutend kleiner als m, so wird die übertragene lebendige Kraft sehr nahe gleich sein:

$$L_3 = \frac{4M}{m} \cdot \frac{1}{2}\,mc^2$$

Nachdem im 1. und 3. Falle die Quotienten $\frac{m}{M}$ und $\frac{M}{m}$ bedeutend kleiner als die Einheit sind, so werden bedeutend grössere und bedeutend kleinere Atome beim Stosse nur einen verhältnissmässig kleinen Bruchtheil der lebendigen Kraft $\frac{1}{2}\,mc^2$ des anstossenden Atomes übernehmen, während dieses letztere einem Atome von gleich grosser Masse m die volle lebendige Kraft übergibt.

Bei schiefen Stössen, die sich im allgemeinen bei allen Atomen in gleichem Masse einstellen müssen, können wir zum Behufe der Beurtheilung der durchschnittlichen Wirkung den im Durchschnitte am häufigsten vorkommenden Fall betrachten; dieses ist, wie sich mathematisch nachweisen lässt, [1]) der Fall des seitlichen Zusammenstosses unter einem Winkel von 45°, wobei das ruhende Atom nur die Hälfte jener lebendigen Kraft übernimmt, die es bei centralem Stosse erhalten hätte. — Wenn wir endlich auch noch in Rechnung ziehen, dass jedes grössere Atom dem Anpralle kleinerer Atome desto mehr ausgesetzt sein wird, je grösser die Oberfläche desselben ist, so wird der innerhalb einer gewissen Zeit einem Atome (M) übertragene Antheil an lebendiger Kraft noch immer kleiner bleiben, als jener, den ein Atom von der Masse m erhält und zwar in dem Verhältnisse der mittleren Durchmesser $\frac{d}{D}$ der beiden Atomengattungen

So lange also das erste in Bewegung versetzte Atom m nur mit gleichen Atomen zusammentraf, so musste sich sein ursprünglicher Antheil an lebendiger Kraft allmählig auf 2, 4, 8 . . . , u. s. w. Atome vertheilen. während Atome von bedeutend grösserer oder kleinerer Masse bei Zusammenstössen in derselben Zeit nur einen verhältnissmässig geringen Bruchtheil an lebendiger Kraft übernahmen.

Wenn wir nun alles zusammenfassen, und nach der wahrscheinlichsten Vertheilung der lebendigen Kraft fragen, so sind wir wohl zu der Annahme berechtiget: dass sich die erste einem Atome verliehene lebendige Kraft zunächst, und zum grösseren Theile, unter Atome gleicher Grösse vertheilt habe, welche Atome, indem sie sich nach allen Seiten und Richtungen bewegten, in ihrer Gesammtheit eine Art von Gas gebildet hatten.

Wird diese Art der wahrscheinlichsten Vertheilung der lebendigen Kraft zugegeben, so folgen daraus, wie sogleich nachgewiesen werden soll, jene Bewegungs-Erscheinungen, die wir bisher eigenen Anziehungskräften zuzuschreiben pflegen.

[1]) Ebendaselbst, Seite 148. (Anhang.)

4. Das Gravitationsgesetz zwischen Atomen. Denken wir uns inmitten eines Gases, dessen Atome die Masse m und die mittlere Geschwindigkeit c besitzen, ein grösseres Atom von der Masse M. Dasselbe habe nach der Zeit t die Geschwindigkeit C erlangt. Dieses Atom wird von allen Seiten den Stössen der Gasatome ausgesetzt sein, und es soll nun ermittelt werden, welcher Zuwachs dl an lebendiger Kraft dem Atome von der Masse M im Durchschnitte per Stoss zugeführt wird.

Zu diesem Zwecke wollen wir uns die Geschwindigkeit C des Atomes in 3 gleiche und auf einander senkrecht stehende Componenten von der Grösse $\frac{C}{\sqrt{3}}$ zerlegt denken, welche gleichzeitig die Richtungen dreier Coordinatenachsen bezeichnen sollen. Wenn wir die Geschwindigkeit c eines Gasatomes, dessen Stossrichtung mit den 3 Achsen die Winkel α α_1 α_2 bildet, und die Oberfläche normal trifft, in 3 Componenten: $c \cos \alpha$, $c \cos \alpha_1$, $c \cos \alpha_2$ zerlegen, und vorläufig nur eine dieser Componenten in Betracht ziehen, so wird die in derselben Richtung liegende Geschwindigkeits-Componente $\frac{C}{\sqrt{3}}$ des Atomes M nach dem Stosse in C_1 verändert, wobei C_1, aus der früher abgeleiteten Grundgleichung (3) berechnet, den Werth erhält:

$$C_1 = \frac{1}{M+m} \cdot \left\{ (M-m) \frac{C}{\sqrt{3}} + 2\, m\, c \cos \alpha \right\}$$

Das Atom, welches früher nach der betrachteten Richtung die lebendige Kraft $l = \frac{1}{3} \cdot \frac{MC^2}{2}$ besass, wird nun einen Zuwachs an lebendiger Kraft $d\,l$ erhalten, der sich aus der Formel berechnen lässt:

$$d\,l = \frac{1}{2}\; M C_1{}^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{MC^2}{3} = \frac{2\, Mm}{(M+m)^2} \left\{ mc^2 \cos^2 \alpha + \frac{M-m}{\sqrt{3}} \cdot C\, c. \cos \alpha - \frac{1}{3}\, MC^2 \right\}$$

Lassen wir α alle möglichen Werthe annehmen, und berechnen das arithmetische Mittel für den Zuwachs $d\,l$ aus n verschiedenen Stössen so ist, wenn wir diesen mittleren Zuwachs mit $d\,l^1$ bezeichnen.

$$dl^1 = \frac{1}{n} \Sigma\, dl = \frac{2\, Mm}{(M+m)^2} \left\{ \frac{1}{n}\; \Sigma\, mc^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{n}\; \Sigma\, \frac{(M-m)}{\sqrt{3}}\, C.\, c \cos \alpha - \frac{1}{3}\, MC^2 \right\}$$

Denkt man sich das Atom kugelförmig vom Halbmesser R, und setzt voraus, dass sich die Stösse durchschnittlich auf alle Theile seiner Oberfläche gleichmässig vertheilen, so wird die auf ein Flächenelement: $2\, R^2 \pi \sin \alpha\, d\, \alpha$ entfallende Anzahl dn der Stösse aus der Proportion:

$$dn : n = 2\, R^2 \pi \sin \alpha\, d\, \alpha : 4\, R^2 \pi$$

berechnet werden können, so dass man sich zur Berechnung der folgenden Mittelwerthe der Formeln bedienen kann:

$$\frac{1}{n} \Sigma\, mc^2 \cos^2 \alpha = \frac{1}{n} \int_0^\pi mc.^2\; \frac{n}{2} \cos^2 \alpha \sin \alpha\, d\, \alpha = \frac{1}{3}\, mc^2$$

$$\text{und}: \frac{1}{n}\; \Sigma\, \frac{(M-m)}{\sqrt{3}}\; C.\, c \cos \alpha = \frac{1}{n} \int_0^\pi \frac{M-m}{\sqrt{3}} \cdot\; C.\, c. \cos \alpha.\, \frac{n}{2} \sin \alpha\, d\, \alpha = 0$$

Diese Werthe in die letzte Gleichung substituirt, geben:

$$dl' = \frac{2\,Mm}{(M+m)^2}\left(\frac{1}{3}\,mc^2 - \frac{1}{3}\,MC^2\right)$$

Hier bezeichnet dl den Zuwachs an lebendiger Kraft nur nach einer Richtung; wenn wir aber auch die übrigen Componenten $c\cos\alpha_1$ und $c\cos\alpha_2$ einer gleichen Rechnung unterwerfen, so erhalten wir — da die Geschwindigkeit C des Atomes in drei gleiche Componenten zerlegt worden ist, — auch nach jeder der 3 senkrecht auf einander stehenden Achsenrichtungen denselben Zuwachs dl' und daraus den Gesammtzuwachs dl'' an lebendiger Kraft, per Stoss:

$$dl'' = 3\,dl' = \frac{2Mm}{(M+m)^2}\,(mc^2 - MC^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4$$

Um aber auch die schiefen Stösse zu berücksichtigen, denke man sich jeden Stoss, dessen Richtung mit der Normalen den Winkel β bildet in zwei Componenten (eine normal, eine tangential) zerlegt, und nachdem nur die ersteren dem Atome eine lebendige Kraft zuführen können, so wird die mittlere dem Atome per Stoss zugeführte lebendige Kraft l' mit Hilfe einer schon oben entwickelten Formel ausgedrückt werden können, durch:

$$l' = \frac{1}{n}\,\Sigma\; mc^2\cos^2\beta = \frac{1}{3}\,mc^2$$

d. h., je drei das Atom unter beliebigem Winkel treffenden Gasatome werden demselben eine ebenso grosse lebendige Kraft (im Durchschnitte) zuführen, wie ein gegen die Oberfläche normal stossendes Gasatom. Es ist also mit Berücksichtigung aller Gattungen von Stössen der mittlere Zuwachs dl per Stoss:

$$dl = \frac{2}{3}\,\frac{Mm}{(M+m)^2}\left\{mc^2 - MC^2\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5$$

Diese Gleichung sagt uns, dass ein im Gase befindliches Atom so lange lebendige Kraft in sich aufnimmt, bis sich seine lebendige Kraft jener eines Gasatomes gleichgestellt hat.

Um nun auch die Zeit t berechnen zu können, innerhalb welcher ein solches Atom die lebendige Kraft $L = \frac{1}{2}\,MC^2$ erlangt, bezeichne man mit n' die Zahl der in der Zeiteinheit auf eine Flächeneinheit stossenden Gasatome, so werden offenbar die Oberfläche $4\,R^2\pi$ des Atomes in der Zeit dt, auch $4\,R^2\pi\,n'\,dt$ Gasatome treffen. Die demselben während der Zeit dt zuwachsende lebendige Kraft $d\,L$ wird daher gleich sein:

$$dL = \frac{8\pi}{3}\,n'\,R^2 \cdot \frac{Mm}{(M+m)^2}\left\{mc^2 - MC^2\right\}dt \ldots\ldots\ldots (6$$

oder, wenn wir für $\frac{1}{2}mc^2$, l, und für $\frac{1}{2}\,MC^2$, L schreiben, und nur die Einwirkung des Atomengases auf bedeutend grössere Atome kennen lernen wollen, so ist es auch gestattet, — da sich die Massen M und m kugelförmiger Atome wie die 3. Potenzen ihrer Radien R und r verhalten, — die Formel (6) in folgender Weise zu vereinfachen:

$$\frac{dL}{dt} = k \cdot \frac{r}{R}\left(l - L\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7$$

und diese Gleichung zwischen den Grenzen $L = o$ und $L = L$; dann $t = o$ und $t = t$ integrirt, gibt:

$$log. n. \left(1 - \frac{L}{e}\right) = -\frac{kr}{R} t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8$$

Durch Elimination von L aus (7) und (8) erhält man schliesslich:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{k r l}{R} \cdot e^{-\frac{k r t}{R}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9$$

Der Koefficient $k = \frac{16}{3} \pi n' r^2$ enthält, so lange sich die Dichte des Atomengases und die mittlere Geschwindigkeit seiner Atome nicht ändert, nur constante Grössen; die Gleichung (9 sagt uns daher, dass die lebendige Kraft des grösseren Atomes (*M*) unablässig im Zunehmen begriffen ist. So lange dieses dauert, wird die Spannkraft des Atomengases in den dem Atome zunächst liegenden Schichten continuirlich vermindert, und die Gasatome strömen mit grösserer lebendigerer Kraft zu, als ab. Es wird daher ein jedes in der Nähe befindliche Massentheilchen von der Aussenseite einem stärkeren Drucke ausgesetzt sein, als von der dem Atome (*M*) zugewendeten Seite, und diese Druckdifferenz, welche das Massentheilchen dem Atome zu nähern strebt, erzeugt eine Bewegung, welche wir einer Anziehungskraft des Atomes zuzuschreiben pflegen.

Die Gleichungen (8) und (9) drücken das Gesetz aus, nach welchem diese scheinbare Anziehung stattfindet, und wir können aus demselben Folgendes entnehmen:

1. Die anziehende Wirkung eines Atomes nimmt im allgemeinen mit der Zeit ab, und erreicht in dem Momente ihr Ende, als die lebendige Kraft des betrachteten Atomes jener eines Gasatomes gleich geworden ist.

2. Die anziehende Kraft ist anfänglich proportional der Oberfläche, und umgekehrt proportional der Masse der Atome. — Kleinere Atome üben daher anfänglich eine viel stärkere Anziehungskraft aus, während grössere Atome zwar eine geringere Anziehungskraft zeigen, dieselbe aber viel länger behalten.

3. Die anziehende Wirkung eines Atomes nimmt proportional mit dem Quadrate der Entfernung ab.

4. Von zwei gleichen Atomen, auf welche ungleiche Zeitlängen hindurch die Gasatome eingewirkt hatten, zeigt jenes die grössere anziehende Kraft, welches durch kürzere Zeit dem Anpralle der Gasatome ausgesetzt war. Atome aber, die bei gleicher räumlicher Grösse stärker anziehend wirken, erscheinen uns als Atome von grösserer Dichte; weshalb hiedurch die Möglichkeit geboten ist, die Verschiedenheit in der Dichte zu erklären, ohne deshalb verschiedene Gattungen der Materie annehmen zu müssen.

5. Wird die lebendige Kraft eines Atomes durch irgend einen äusseren (künstlichen) Einfluss vermindert, so erhöht sich die Anziehungskraft; wird die lebendige Kraft vergrössert, so nimmt die anziehende Wirkung ab. Geht diese Vermehrung der lebendigen Kraft soweit, das $L > l$ wird so verwandelt sich die Anziehung in Abstossung, indem $(l - L)$ negativ wird. Ein solches Atom gibt dann den Ueberschuss seiner lebenden Kraft an die zunächstliegenden Gasatome ab, diese strömen nun mit grösserer Geschwindigkeit ab, als zu, wesshalb auf ein naheliegendes Massentheilchen die entgegengesetzte Wirkung als früher ausgeübt werden muss.

Wenn wir nun auch nicht in der Lage sind, die Uebereinstimmung dieser resultirenden Sätze mit der Beobachtung genau zu prüfen, weil das Anziehungsgesetz der Atome bisher noch gar nicht ermittelt werden konnte, so deuten doch viele Umstände darauf hin, dass eine Uebereinstimmung zum mindesten nicht unwahrscheinlich sei. Ja, es wird insbesondere durch die im letzten Punkte (5) bezeichnete Eigenschaft, die bisher ganz unbegreiflich dastehende, durch Beobachtung festgestellte Thatsache erklärt, dass sich bisweilen die Anziehungskraft der kleinsten Theilchen der Materie, wie z. B. bei elektrischen Erscheinungen, — plötzlich in eine Abstossungskraft verwandeln kann. Wir finden es ferner auf Grund dieser Anschauungsweise begreiflich, dass die Atome eines Körpers, bei gewöhnlichem Zustande keine merkbare Anziehung nach aussen ausüben, während sich an demselben Körper von dem Momente an eine Anziehungs- oder Abstossungskraft zeigt, sobald man seinen an der Oberfläche liegenden Atomen durch Reibung, Stösse, u. dgl. lebendige Kraft entzieht oder hinzuführt.

Dass es zur vollständigen Erklärung aller beobachteten Attractions-Erscheinungen, insbesondere aber zur Ableitung der Gravitationsgesetze nun eines näheren Eingehens auf die eigenthümliche Zusammensetzung der Körper aus Molecülen, und dieser aus Atomen bedürfte, braucht wohl kaum erwähnt zu werden. Ein solches Eingehen würde jedoch den eng eingeschränkten Rahmen dieser Schrift überschreiten, und ich kann daher diessbezüglich nur auf meine eingangs genannte Druckschrift verweisen. Es lag hier nur in meiner Absicht den Nachweis zu liefern, dass die allereinfachste Annahme, welche im Raume nur eine Gattung der Materie, und nur eine durch Berührung wirkende Kraft oder Ursache voraussetzt, schon an und für sich zur Erklärung der scheinbaren Anziehung und Abstossung zwischen den grösseren Theilchen der Materie führt, und dabei so manchen, den gegenwärtig bestehenden Hypothesen anhaftenden Widerspruch beseitiget. Diese Absicht ist, wie ich glaube, hiermit erreicht.



Verlag des Verfassers. — Druck von Carl Finsterbeck in Wien.

